

Anhang B: Zulassungsprüfung in Stochastik

Zielsetzung: Durch die Zulassungsprüfung in Stochastik soll der Nachweis geführt werden, dass die Bewerber*innen über solide Grundkenntnisse in Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik verfügen.

Prüfungsfächer: Die Prüfung erstreckt sich auf die Prüfungsfächer „Maß- und Integrationstheorie“, „Wahrscheinlichkeitstheorie“ sowie „Statistik“.

B.1 Maß- und Integrationstheorie

B.1.1 Maßtheorie

- (i) Mengensysteme (σ -Algebra)
- (ii) Maße (Existenz und Eindeutigkeit von Fortsetzungen)
- (iii) Lebesgue-Maß (Konstruktion und Eigenschaften)
- (iv) Messbare Abbildungen
- (v) Bildmaß

B.1.2 Integrationstheorie

- (i) Lebesgue-Integral (Konstruktion und Eigenschaften)
- (ii) Die Räume L^1 und L^2
- (iii) Transformationssätze
- (iv) Konvergenzsätze (Monotone Konvergenz, majorisierte Konvergenz)
- (v) Maße mit Dichten und Integration nach einem Maß mit Dichte
- (vi) Produktmaße und Integration nach einem Produktmaß (Fubini)
- (vii) Vergleich zwischen Lebesgue-Integral und Riemann-Integral

Literatur:

Bauer: Maß- und Integrationstheorie, 2. Auflage. De Gruyter 1992

Elstrodt: Maß- und Integrationstheorie, 6. Auflage. Springer 2009

Schmidt: Maß und Wahrscheinlichkeit, 2. Auflage. Springer 2011

B.2 Wahrscheinlichkeitstheorie

B.2.1 Wahrscheinlichkeitsräume

B.2.2 Zufallsvariable

- (i) Verteilungsfunktion und Verteilung; Quantile
- (ii) Momente: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung, Variationskoeffizient, Schiefe
- (iii) Ungleichungen: Markov, Tschebyschev, Cantelli, Jensen
- (iv) Verteilungen

- Diskrete Verteilungen: Binomialverteilung, Poisson-Verteilung, Negativbinomialverteilung
 - Stetige Verteilungen: Gleichverteilung, Exponentialverteilung, Gammaverteilung, Normalverteilung, χ^2 -Verteilung, t -Verteilung, F -Verteilung, Lognormalverteilung
 - Gemischte Verteilungen
- (v) Erzeugende Funktionen
- Wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion
 - Momenterzeugende Funktion
 - Charakteristische Funktion
- B.2.3 Zufallsvektoren
- (i) Verteilungsfunktion und Verteilung
 - (ii) Momente: Kovarianz, Korrelationskoeffizient
 - (iii) Verteilungen
 - Diskrete Verteilungen: Multinomialverteilung
 - Stetige Verteilungen: Multivariate Normalverteilung
- B.2.4 Unabhängigkeit
- (i) Unabhängigkeit einer Familie von Ereignissen
 - (ii) Unabhängigkeit einer Familie von Zufallsvariablen
 - (iii) Faltung
- B.2.5 Grenzwertsätze
- (i) Schwache und starke Gesetze der Großen Zahlen
 - (ii) Satz von Glivenko-Cantelli
 - (iii) Zentraler Grenzwertsatz (Lindeberg)
- B.2.6 Bedingte Größen unter einem Ereignis
- (i) Bedingte Wahrscheinlichkeit und bedingte Unabhängigkeit
 - (ii) Bedingte Erwartung, bedingte Varianz, bedingte Kovarianz
 - (iii) Verteilung einer gestutzten Zufallsvariablen
- B.2.7 Bedingte Größen unter einer σ -Algebra
- (i) Bedingte Erwartung, bedingte Varianz, bedingte Kovarianz; Varianz-Zerlegung, Kovarianz-Zerlegung
 - (ii) Bedingte Wahrscheinlichkeit und bedingte Unabhängigkeit
 - (iii) Bedingte Verteilungen
 - (iv) Bedingte Dichten
 - (v) Zusammenhang mit bedingten Größen unter einem Ereignis

Literatur:

Bauer: Wahrscheinlichkeitstheorie, 5. Auflage. De Gruyter 2001.

Georgii: Stochastik – Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, 4. Auflage. De Gruyter 2009.

Pfanzagl: Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2. Auflage. De Gruyter 1991.

Schmidt: Maß und Wahrscheinlichkeit, 2. Auflage. Springer 2011.

B.3 Statistik

B.3.1 Stichproben

B.3.2 Punktschätzung eines Parameters

- (i) Konzepte
 - Erwartungstreue
 - Minimierung des erwarteten quadratischen Schätzfehlers
 - Konsistenz
- (ii) Konstruktion
 - Maximum-Likelihood-Schätzer
 - Momenten-Schätzer
 - Kleinste-Quadrate-Schätzer

B.3.3 Intervallschätzung eines Parameters (Konfidenzintervalle)

B.3.4 Tests von Hypothesen

- (i) Konzepte
 - Fehler erster und zweiter Art
 - p -Werte
 - Gütefunktion
- (ii) Parametertests für eine Stichprobe
 - Einseitige und Zweiseitige Hypothesen, Zusammenhang mit Konfidenzintervallen
 - Binomialtest
 - Gauß-Test
 - t -Test
 - χ^2 -Streuungstest
- (iii) Parametertests für zwei unabhängige Stichproben
 - Doppelter Gauß-Test
 - Doppelter t -Test
 - F -Test
- (iv) Verteilungstests
 - Kolmogorov-Smirnov-Test
 - χ^2 -Anpassungstest
 - χ^2 -Unabhängigkeitstest

B.3.5 Einfache lineare Regression

- (i) Schätzung der Parameter
- (ii) Parametertests

Literatur:

Georgii: Stochastik – Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, 4. Auflage. De Gruyter 2009.

Lehn/Wegmann: Einführung in die Statistik, 5. Auflage. Springer Vieweg 2006.