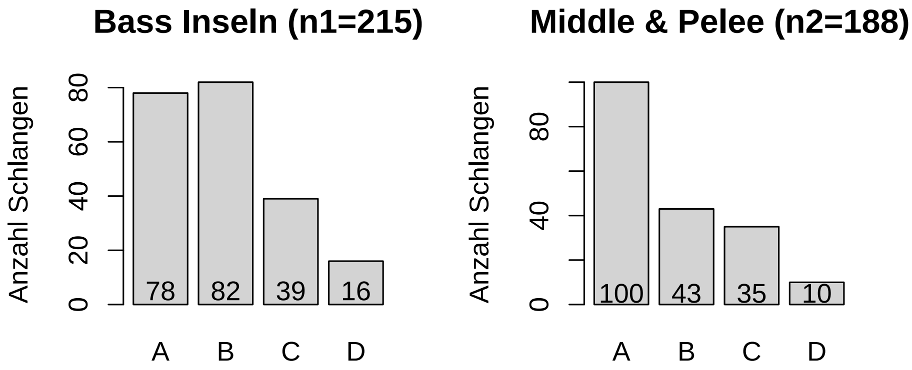
ÜBUNGEN ZUR WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG UND STATISTIK FÜR BIOLOGEN

Blatt 6

1. Aufgabe Die Markierungen der Wasserschlange *Nerodia sipedon* im Eriesee kann man in vier Klassen einteilen. Auf dem Festland sind fast alle Schlangen mit Ringen stark gemustert (Klasse D); auf Inseln sind viele Schlangen ungemustert (A) oder nur schwach gemustert (B,C). Die Häufigkeiten der vier Markierungsklassen in Stichproben aus zwei Inselgruppen waren wie folgt.



(a) Sei H_0 die Hypothese, die Verteilung der Klassen auf den beiden Inselgruppen ist dieselbe. Wie viele Schlangen der Klasse A hätten wir auf den Bass Inseln erwartet, wenn H_0 wahr wäre?

(b) Wir wollen den Chi-Quadrat Test der Nullhypothese H_0 durchführen. Welchen Beitrag liefert das Feld (Bass Inseln:Klasse A) zur Teststatistik X^2 ?

(c) Wir summieren $(O_i - E_i)^2/E_i$ über alle Felder und finden $X^2 = 14.74$. Wie viele Felder gibt es? Wie viele Freiheitsgrade hat X^2 ?

(d) Was können Sie anhand folgender Tabelle über den p-Wert sagen?

	α	0.005	0.01	0.025	0.05		α	0.005	0.01	0.025	0.05
df						df					
1		7.88	6.64	5.03	3.84	5		16.75	15.09	12.83	11.07
2		10.60	9.21	7.38	5.99	6		18.55	16.81	14.45	12.59
3		12.84	11.34	9.35	7.82	7		20.28	18.48	16.01	14.07
4		14.86	13.28	11.14	9.49	8		21.96	20.09	17.53	15.51

(e) Formulieren Sie das Ergebnis in einem Satz.

2. Aufgabe Aus einem Abiturjahrgang eines Gymnasiums haben sich 20 Schülerinnen und 11 Schüler für das Studienfach Biologie, 6 Schülerinnen und 12 Schüler für Informatik, 2 Schülerinnen und 8 Schüler für Physik, 5 Schülerinnen und 10 Schüler für Mathematik, 5 Schülerinnen und 1 Schüler für Chemie und jeweils 10 Schülerinnen und Schüler für Statisitik entschieden. Könnte man mit diesen (fiktiven) Zahlen belegen, dass es geschlechtsspezifische Tendenzen bei der Wahl des Studienfachs gibt?

3. Aufgabe (Aus E.L. Lehmann, *Nonparametrics: statistical methods based on ranks*, Holden-Day, 1975) Teilnehmer eines BWL-Kurses wurden in zwei Gruppen aufgeteilt, die eine Gruppe verfolgte die Vorlesungen direkt, die andere am Fernsehschirm. Vor und nach dem Kurs wurde ein Test geschrieben, die Differenzen der Punktzahlen waren in den beiden Gruppen folgende:

Gruppe „live“: 20.3, 23.5, 4.7, 21.9, 15.6, 20.3, 26.6, 21.9, -9.4, 4.7, -1.6, 25.0

Gruppe „Fernseher“: 6.2, 15.6, 25.0, 4.7, 28.1, 17.2, 14.1, 31.2, 12.6, 9.4, 17.2, 23.4

Testen Sie mittels eines Rangsummentests die Hypothese, dass die Verteilungen der Punktzahldifferenzen für beide Gruppen gleich sind, beispielsweise zum Irrtumsniveau 5%.

4. Aufgabe Um zu testen, ob ein Medikament die Reaktionszeit verlängert, wurde in einer Mini-Studie bei 9 Probanden ein Reaktionstest durchgeführt. 5 zufällige gewählte Probanden erhielten vorher das Medikament, bei ihnen wurden folgende Reaktionszeiten gemessen (in s): 0.78, 0.66, 0.86, 0.90, 0.83. Als Kontrolle wurden die Reaktionszeiten der 4 „unbehandelten“ Probanden gemessen: 0.82, 0.62, 0.63, 0.69. Testen Sie *von Hand* (d.h. ohne Verwendung des R-Befehls `wilcox.test`) mittels des Wilcoxon-Rangsummentests anhand dieser Beobachtungen die Hypothese, dass das Medikament die Reaktionszeit nicht verlängert.

5. Aufgabe In einer Studie[1] zum Alkaline-Phosphatase-Gen konnten drei Allele “S”, “I” und “F” unterschieden werden. Bei 332 untersuchten Personen wurden die verschiedenen Genotypen in folgenden Häufigkeiten beobachtet: SS: 141, SF: 111, FF: 28, SI: 32, FI: 15, II: 5.

(a) Berechnen Sie die relativen Allelhäufigkeiten für S, I und F.

(b) Berechnen Sie, ausgehend von den in (a) berechneten Allelhäufigkeiten, wie oft jeder Genotyp in einer Gruppe von 332 Personen zu erwarten ist, falls sich die Bevölkerung bzgl. dieses Gens im Hardy-Weinberg-Gleichgewicht befindet.

(c) Ist die in den Daten beobachtete Abweichung vom Hardy-Weinberg-Gleichgewicht signifikant?

6. Aufgabe Vergleichen Sie die Macht (d.h. die Fähigkeit, die Nullhypothese in Situationen abzulehnen, wo sie nicht zutrifft) und die Robustheit (gegenüber einer Verletzung der Verteilungsannahmen) des Zweistichproben-t-Tests und des Wilcoxon-Rangsummentests:

(a) Erzeugen Sie zwei normalverteilte Stichproben vom Umfang n, eine Gruppe mit wahrem Mittelwert 0 und eine mit wahrem Mittelwert μ (mit R: `rnorm(`n`,mean=`μ`)`). Wie hängt die Wahrscheinlichkeit, dass der Zweistichproben-t-Test bzw. der Wilcoxon-Rangsummentest die Hypothese „die Populationsmittelwerte sind gleich“ zum Niveau $\alpha = 0.05$ ablehnt, von n und μ ab? Erproben Sie dies für $\mu \in \{0, 0.5, 2\}$ und $n \in \{5, 10, 20\}$ durch wiederholtes Simulieren.

(b) Führen Sie (a) noch einmal durch. Erzeugen Sie dabei eine Stichprobe wieder mit `rnorm(`n`,mean=0)` erzeugen, die andere aber mit `rnorm(`n`,mean=`μ`, sd=`σ`)`, wobei Sie für σ einen Wert zwischen 2 und 10 einsetzen.

(c) Führen Sie (a) noch einmal durch. Generieren Sie diesmal eine Stichprobe mit `rexp(`n`, rate=1)` und die andere durch `rexp(`n`, rate=`r`)`, jeweils für $r \in \{1, 0.5, 0.1\}$.

[1] Harris (1966) Enzyme polymorphism in Man. *Proc. Roy. Soc. B* **164**:1153-64