

Wahrscheinlichkeitsrechnung und
Statistik für Studierende der Biologie
Einführung: Deskriptive Statistik

Dirk Metzler

24. März 2026

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
1.1 Zum Inhalt des ganzen Kurses	1
1.2 Wie das alles lernen?	4
2 Ziele der deskriptiven (d.h. beschreibenden) Statistik	4
3 Graphische Darstellungen	5
3.1 Histogramme und Dichtepolygone	6
3.2 Scatterplots/Stripcharts	13
3.3 Boxplots	15
3.4 Beispiel: Ringeltaube	17
3.5 Beispiel: Darwin-Finken	22
4 Statistische Kenngrößen	26
4.1 Median und andere Quartile	27
4.2 Mittelwert und Standardabweichung	28
5 Vom Sinn und Unsinn von Mittelwerten	37
5.1 Beispiel: Wählerische Bachstelzen	38
5.2 Beispiel: Spiderman & Spiderwoman	39
5.3 Beispiel: Kupfertoleranz beim Roten Straußgras	41

1 Einführung

1.1 Zum Inhalt des ganzen Kurses

It is easy to lie with statistics. It is hard to tell the truth without it.

Andrejs Dunkels

Die Natur ist voller Variabilität.

Wie geht man mit variablen Daten um?

Es gibt eine mathematische Theorie des Zufalls: die **Stochastik**.

IDEE DER STATISTIK:

Variabilität (Erscheinung der Natur) durch Zufall (mathematische Abstraktion) modellieren.

Also: Statistik ist Datenanalyse mit Hilfe stochastischer Modelle.

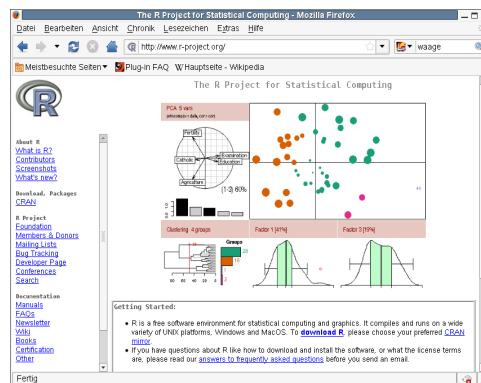
Quellen

Wir danken Brooks Ferebee, Gaby Schneider und Anton Wakolbinger von der Uni Frankfurt für die Bereitstellung vieler Beispiele und Lehrmaterialien sowie Matthias Birkner (jetzt Uni Mainz) und Martin Hutzenthaler (jetzt Uni Duisburg-Essen) für die intensive Zusammenarbeit beim Erstellen früherer Version dieser Vorlesung.

Themen der Vorlesung

1. Beschreibende Statistik
2. Der Standardfehler
3. Grundlagen aus der der Wahrscheinlichkeitstheorie
4. Statistische Tests (jeweils mehrere Varianten)
 - t-Test
 - Chi-Quadrat Test und Fishers exakter Test
 - nichtparametrische Tests
 - Varianzanalyse (ANOVA)
5. Lineare Regression
6. Parameterschätzung und Konfidenzintervalle
7. evtl. Diskriminanzanalyse
8. bei allen Themen: R

Statistik-Software R



<http://www.r-project.org>

Wieso R?

- R wird immer mehr zu DEM Standardprogramm für Datenanalysen aller Art
- R und sehr viele Zusatzpakete für spezielle Methoden frei erhältlich
- Befehle sollten in R-Skripten gespeichert werden, dann reproduzierbar
- Datenanalysen automatisierbar, da R auch Programmiersprache ist
- Zur Eingabe und Vorbehandlung der Daten kann ein Tabellenkalkulationsprogramm wie LibreOffice Calc oder Excel verwendet werden (bei komplexen Datensätzen besser eine Datenbank).

R und RStudio

RStudio: Ein Programm, das aus Sicht von vielen Benutzer(inne)n die Verwendung von R einfacher, intuitiver und effizienter macht.

Falls Sie ein Laptop haben,

- installieren Sie bitte noch heute R und RStudio, z.B. von den Webseiten
 - <https://ftp.gwdg.de/pub/misc/cran/> und
 - <https://www.rstudio.com/products/rstudio/download/#download>,
- laden Sie die Datei http://evol.bio.lmu.de/_statgen/StatBiol/R_intro.R in R oder RStudio und probieren Sie die darin enthaltenen Befehlszeilen aus
- und bringen Sie, wenn möglich, Ihr Laptop in die erste Übung mit.

Folien, R-Befehle, Quellen und Übungen

http://evol.bio.lmu.de/_statgen/StatBiol/

Lernziele

- Prinzipien und Argumentationsweisen der Statistik verstehen
- Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen verstehen
- Wichtige Tests und Methoden verstehen
- Diese auf Daten anwenden können (mit R)
- Wann welche Methode und welche Voraussetzungen müssen erfüllt sein?
- Wann muss ich einen Experten bzw. eine Expertin zu Rate ziehen?
- Wissenschaftliche Literatur verstehen können, einschließlich darin verwendeter statistischer Methoden, die von Standardmethoden abweichen können
- Ein Gefühl für Zufallseffekte

1.2 Wie das alles lernen?

Arbeitsaufwand

6 ECTS = 180 Stunden (h), d.h. \approx 13 h pro Woche.

Im Durchschnitt über alle Wochen:

- 90+45+90 min \approx 4 h in Vorlesungen und Übung
- 4 h Stoff aus der Vorlesung lernen
- 5 h Übungsaufgaben bearbeiten

Mögliche Lernstrategie

- Finden Sie Erklärungen für “Was Sie u.a. erklären können sollten” (siehe Ende eines Themengebiets).
- Diskutieren Sie Ihre Erklärungen mit einigen Mitstudierenden
- Lernen Sie dann auch alle anderen Inhalte aus der Vorlesung (auch mit Büchern)
- Bearbeiten Sie die Übungsaufgaben
- Präsentieren und diskutieren Sie Ihre Lösungen in den Übungsgruppen
- Tun Sie das alles rechtzeitig, um, wenn nötig, in der nächsten Vorlesung Fragen stellen zu können

Wie wird die Klausur aussehen?

- Anders als die aus den letzten Semestern!
- Sie dürfen mitbringen:
 - Taschenrechner
 - selbst-handgeschriebenes Formelblatt
- Was brauchen Sie sonst noch?
 - Verständnis der Konzepte aus der Vorlesung
 - Fähigkeit, Konzepte anzuwenden (aus den Übungen)
 - Denkvermögen während der Klausur (nicht nur Faktenwissen oder rezepthaftes Anwenden)
 - Kenntnisse in R

2 Ziele der deskriptiven (d.h. beschreibenden) Statistik

Beschreibende Statistik

Beschreibende Statistik: Ein erster Blick auf die Daten

3 Graphische Darstellungen

Beispiel

Daten aus einer Diplomarbeit aus 2001 am Forschungsinstitut Senckenberg,
Frankfurt am Main

Crustaceensektion

Leitung: Dr. Michael Türkay

Charybdis acutidens TÜRKAY 1985

Der Springkrebs

Galathea intermedia

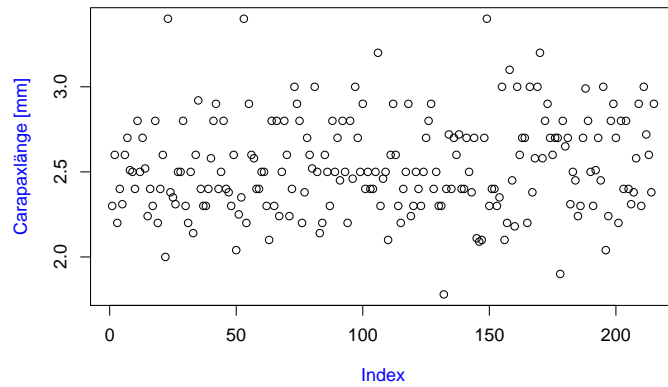


Helgoländer Tiefe Rinne, Fang vom 6.9.1988

Carapaxlänge (mm): Nichteiertragende Weibchen ($n = 215$)

2,9	3,0	2,9	2,5	2,7	2,9	2,9	3,0
3,0	2,9	3,4	2,8	2,9	2,8	2,8	2,4
2,8	2,5	2,7	3,0	2,9	3,2	3,1	3,0
2,7	2,5	3,0	2,8	2,8	2,8	2,7	3,0
2,6	3,0	2,9	2,8	2,9	2,9	2,3	2,7
2,6	2,7	2,5

Nichteiertragende Weibchen am 6. Sept. '88, n=215

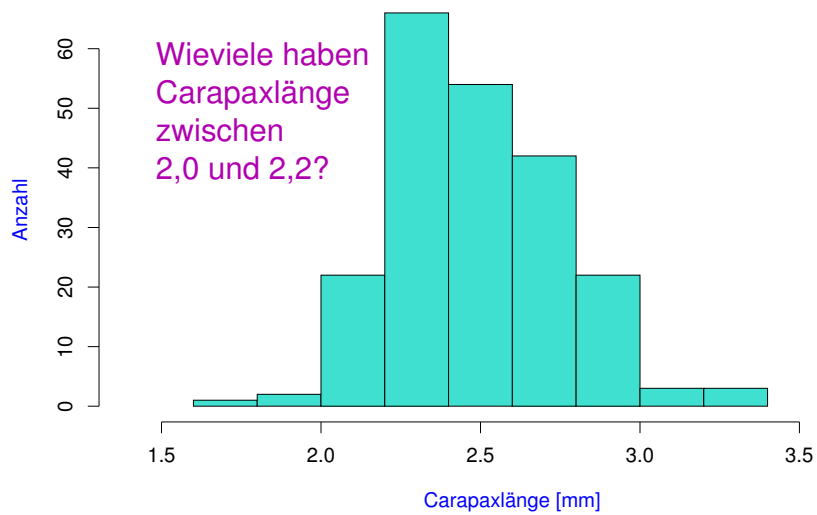


3.1 Histogramme und Dichtepolygone

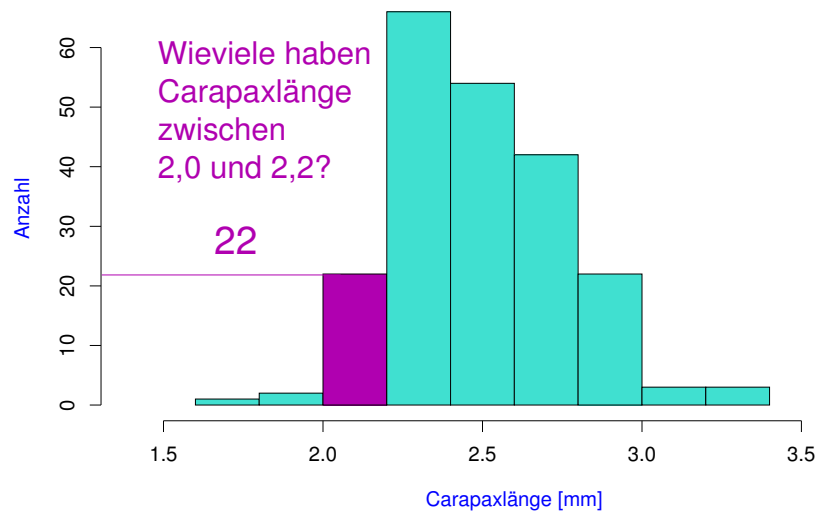
Eine Möglichkeit der graphischen Darstellung:

das Histogramm

Nichteiertragende Weibchen am 6. Sept. '88, n=215

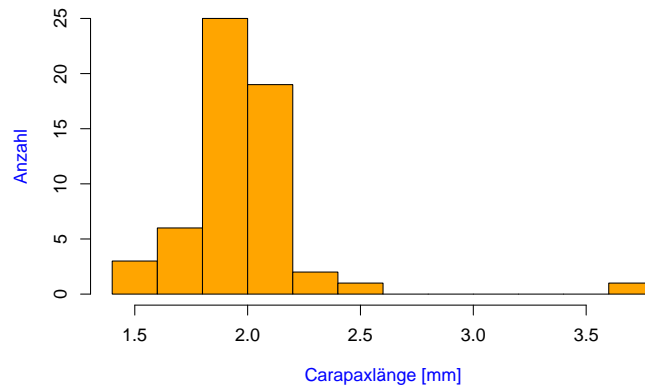


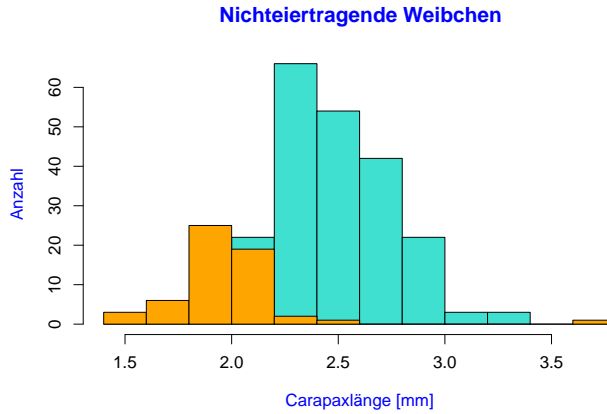
Nichteiertragende Weibchen am 6. Sept. '88, n=215



Analoge Daten zwei Monate später (3.11.88):

Nichteiertragende Weibchen am 3. Nov. '88, n=57



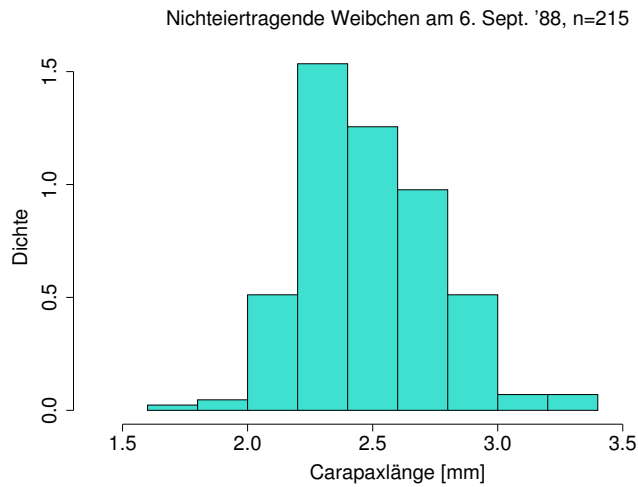


Vergleich der beiden Verteilungen

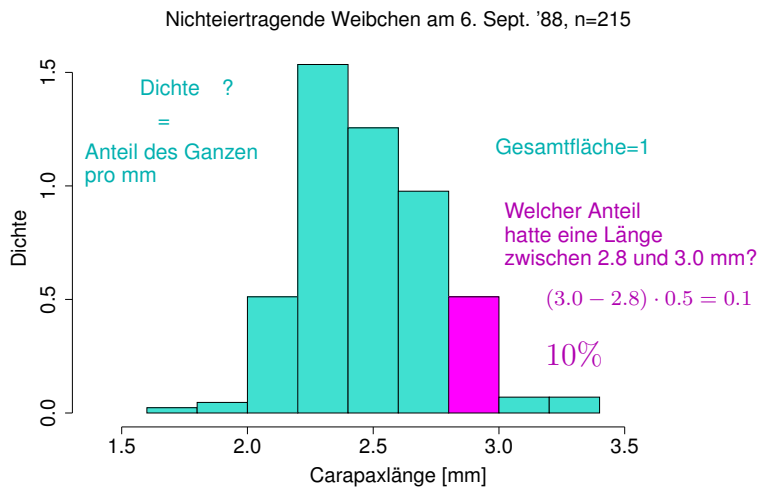
Problem: ungleiche Stichprobenumfänge: 6.Sept: $n = 215$

3.Nov : $n = 57$

Idee: stauche vertikale Achse so, dass Gesamtfläche = 1.



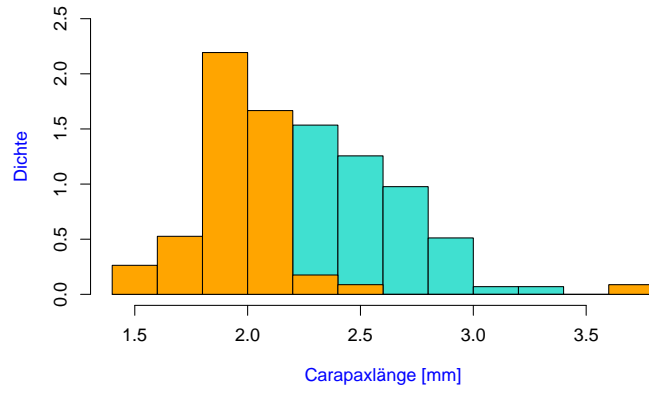
Die neue vertikale Koordinate ist jetzt eine **Dichte** (engl. *density*).



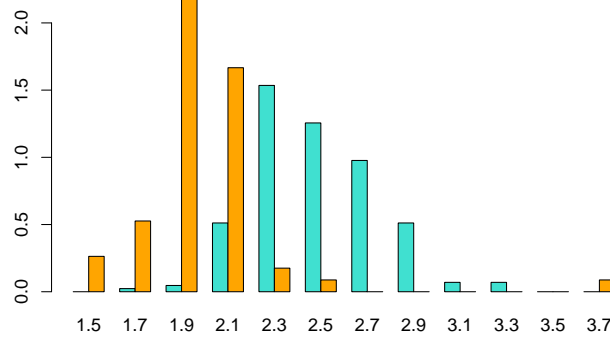
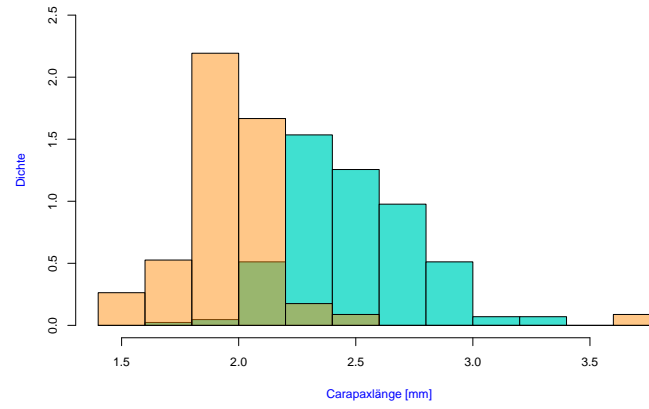
Die beiden Histogramme sind jetzt vergleichbar, denn sie haben dieselbe Gesamtfläche:

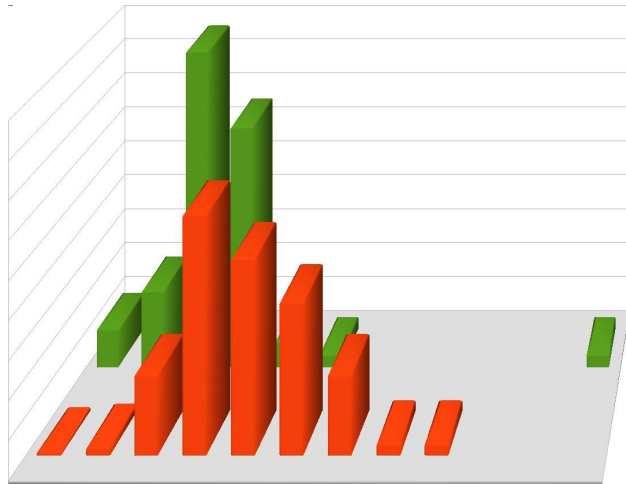
Versuche, die Histogramme zusammen zu zeigen:

Nichteiertragende Weibchen



Nichteiertragende Weibchen





Unser Rat an Sie:

Wenn Sie in der Werbebranche arbeiten:

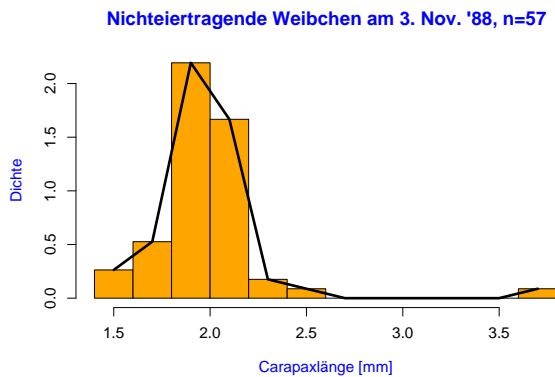
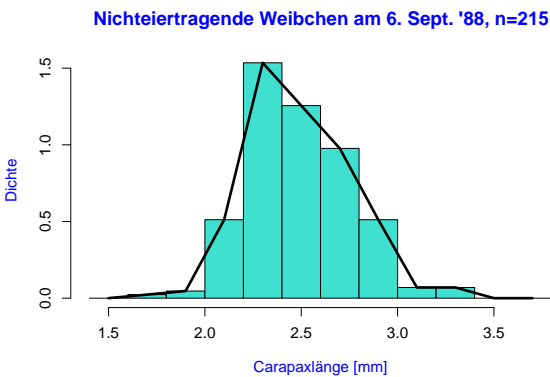
Beeindrucken Sie alle Welt mit total abgefahrenen 3D-Plots!

Wenn Sie in der Wissenschaft arbeiten wollen:

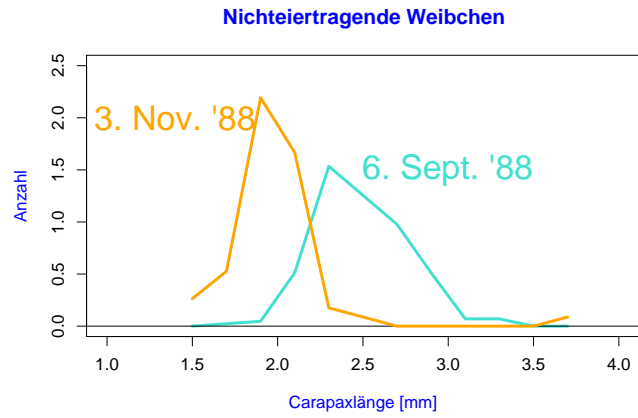
Bevorzugen Sie einfache und klare 2D-Darstellungen.

Problem: Histogramme kann man nicht ohne weiteres in demselben Graphen darstellen, weil sie einander überdecken würden.

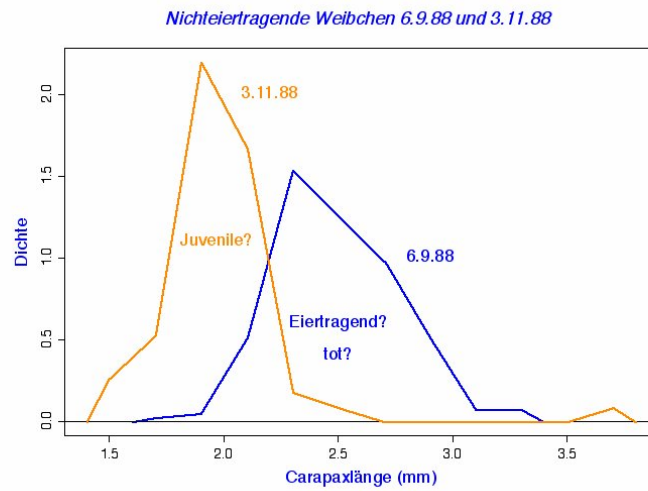
Einfache und klare Lösung: Dichtepolygone



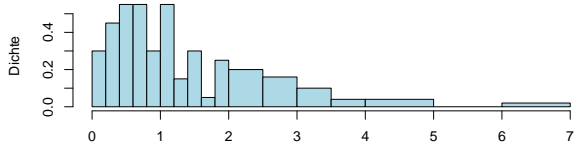
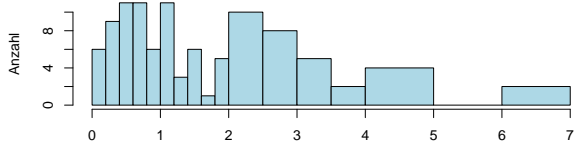
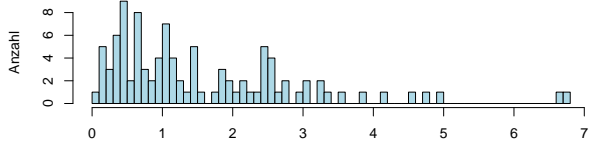
Zwei und mehr Dichtepolygone in einem Plot



Biologische Interpretation der Verschiebung?

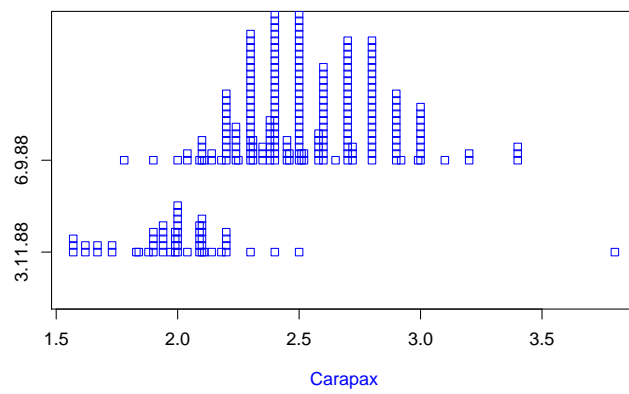
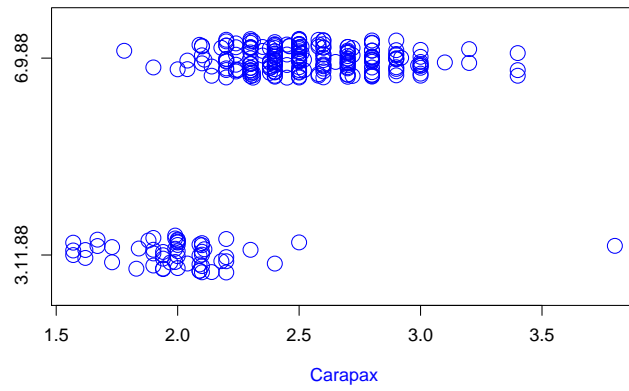
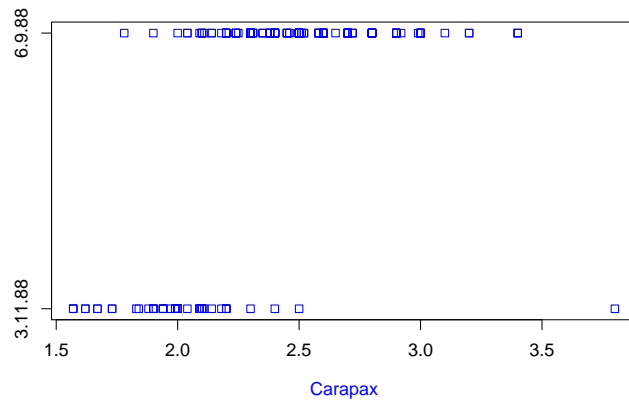


Anzahl vs. Dichte

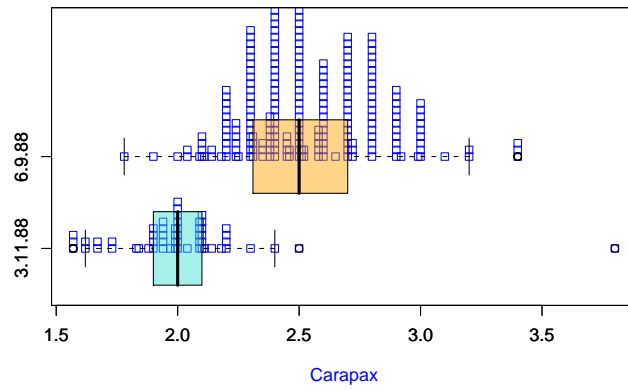


Also: Bei Histogrammen mit ungleichmäßiger Unterteilung immer Dichten verwenden!

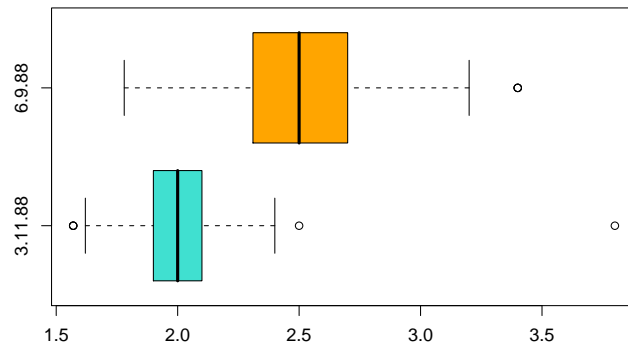
3.2 Scatterplots/Stripcharts



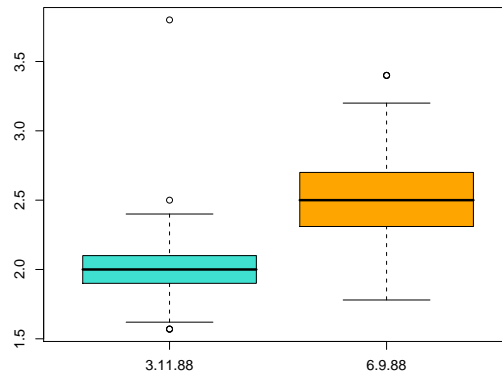
Stripchart + Boxplots, horizontal



Boxplots, horizontal



Boxplots, vertikal



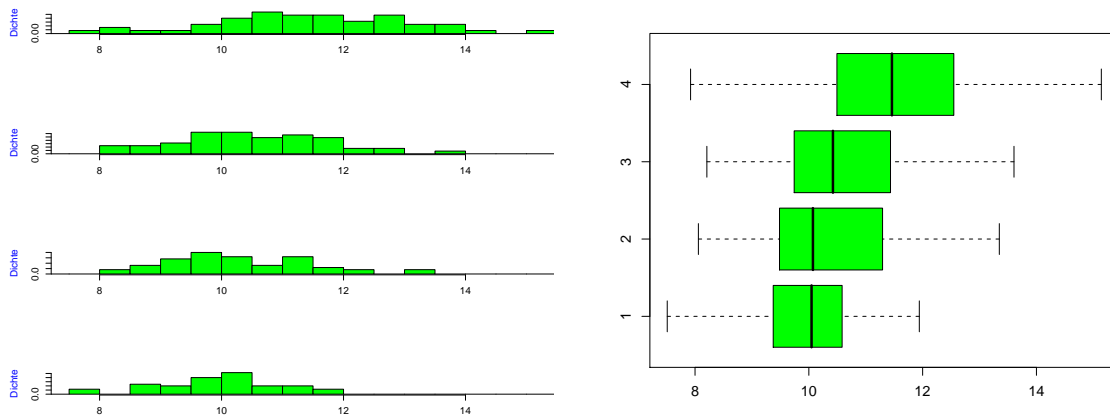
Histogramme und Dichtepolygone geben ein ausführliches Bild eines Datensatzes. Manchmal zu ausführlich.

3.3 Boxplots

Zu viel Information erschwert den Überblick

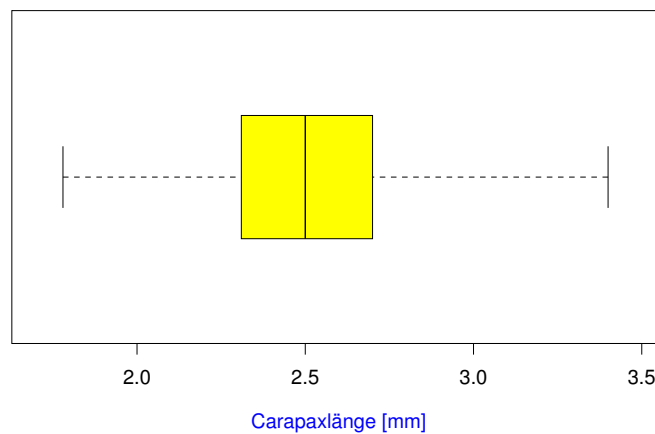
Baum Baum Baum Baum Baum Baum Baum Baum Baum Baum Baum Baum Baum Baum Baum
Wald?

Beispiel:
Vergleich von mehreren Gruppen

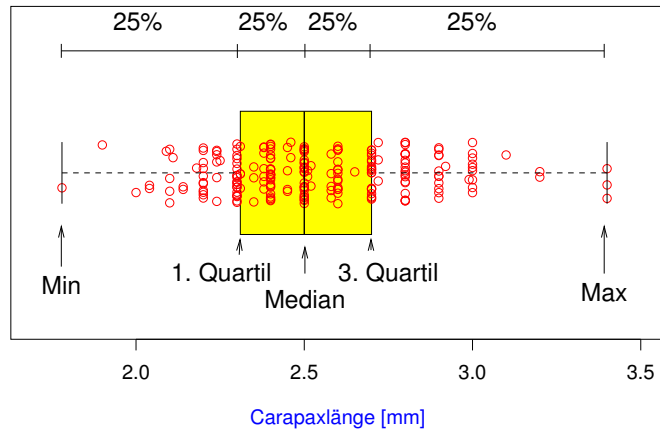


Der Boxplot

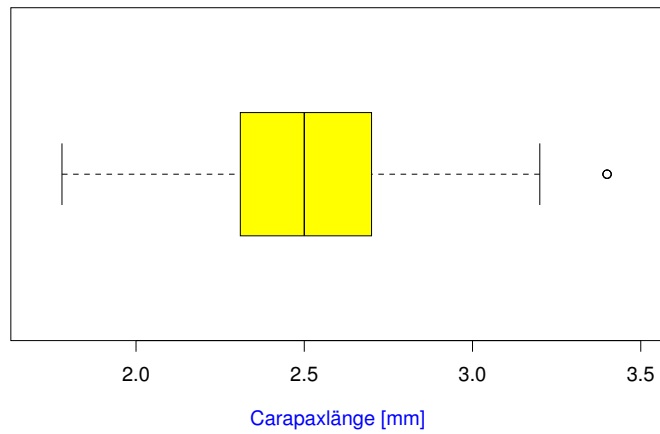
Boxplot, einfache Ausführung



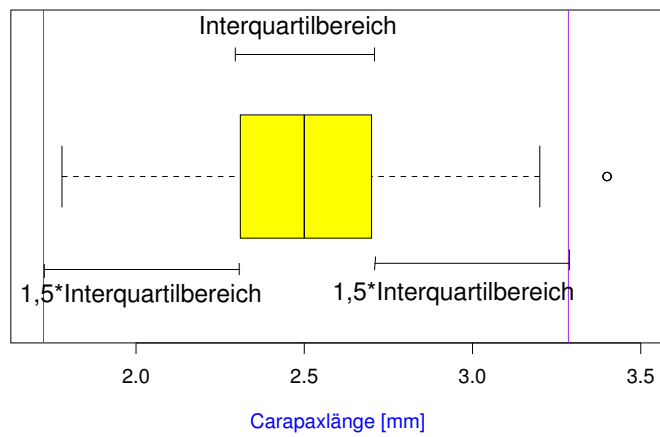
Boxplot, einfache Ausführung



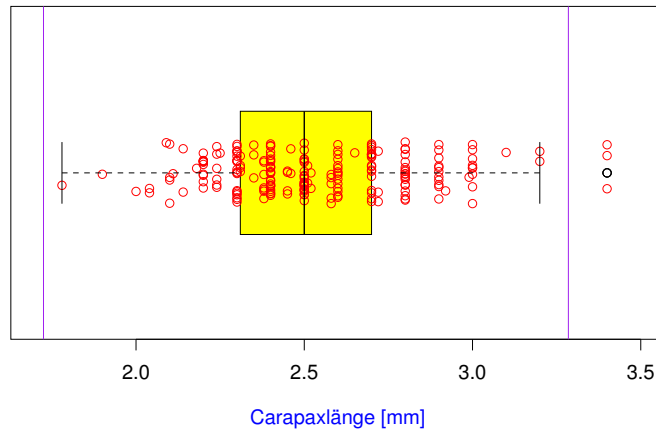
Boxplot, Standardausführung



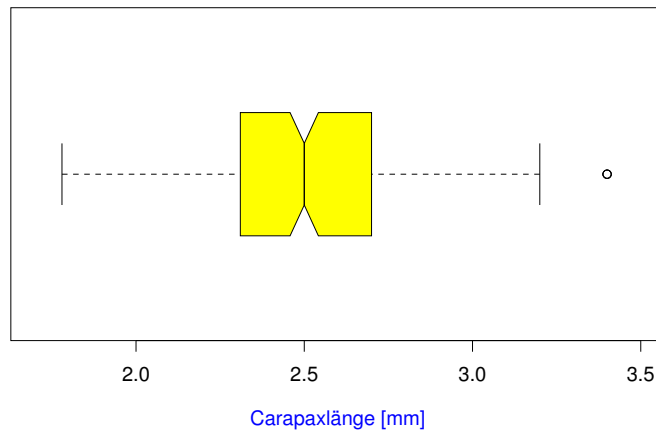
Boxplot, Standardausführung



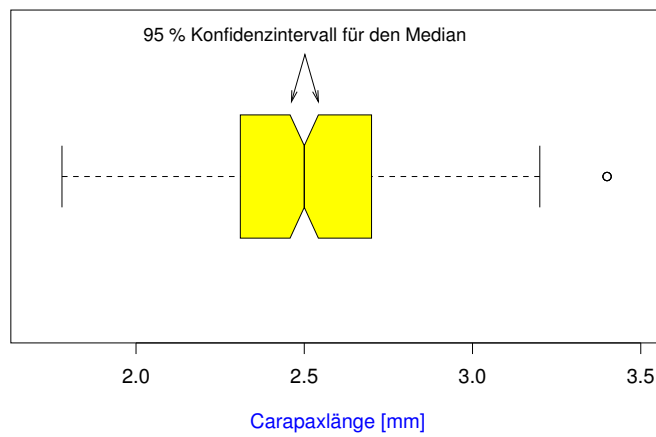
Boxplot, Standardausführung



Boxplot, Profiausstattung



Boxplot, Profiausstattung



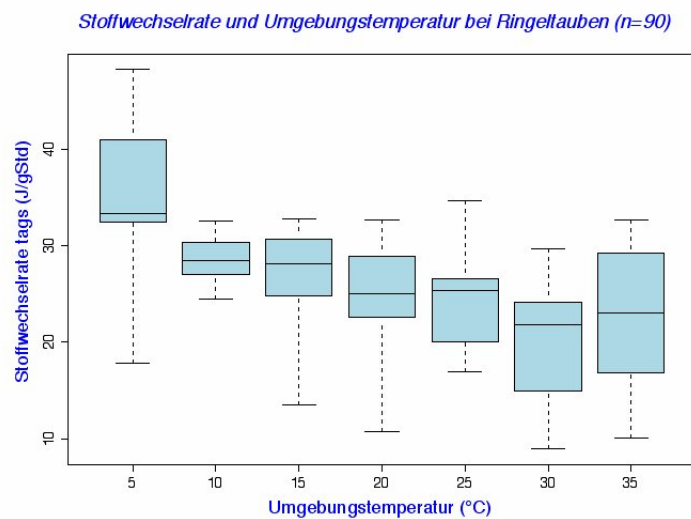
3.4 Beispiel: Ringeltaube

Beispiel:

Die Ringeltaube
Palumbus palumbus

Wie hängt die Stoffwechselrate bei der Ringeltaube von der Umgebungstemperatur ab?

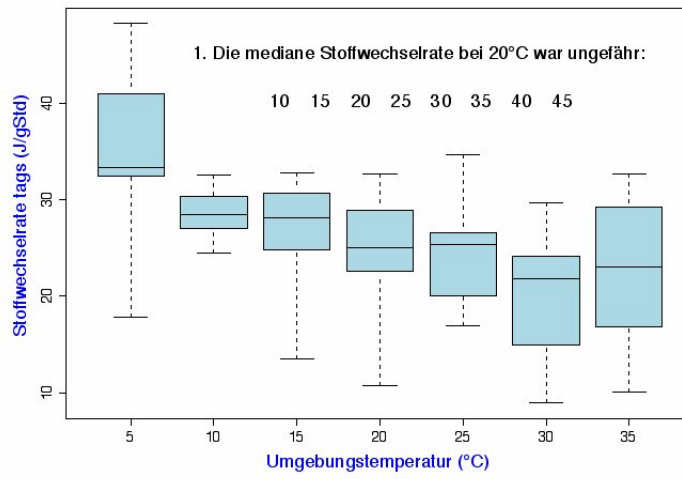
Daten aus dem AK Stoffwechselphysiologie
Prof. Prinzinger Universität Frankfurt



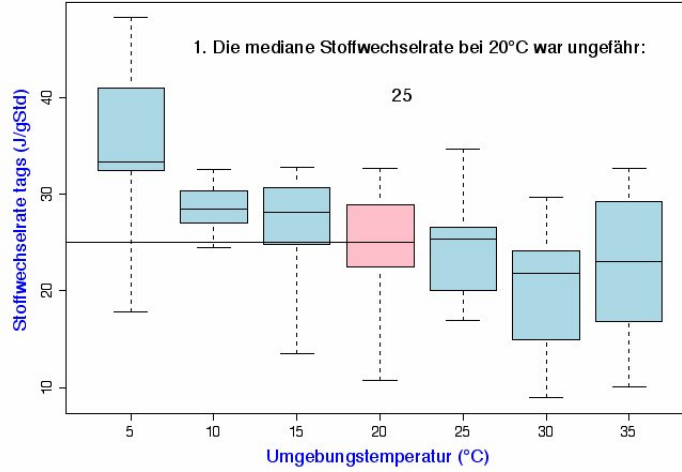
Klar: Stoffwechselrate *höher* bei *tiefen* Temperaturen

Vermutung: Bei *hohen* Temperaturen nimmt die Stoffwechselrate wieder zu (Hitzestress).

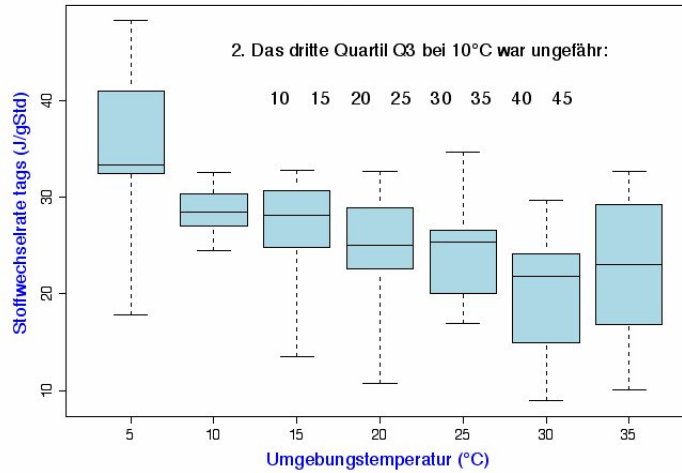
Stoffwechselrate und Umgebungstemperatur bei Ringeltauben (n=90)



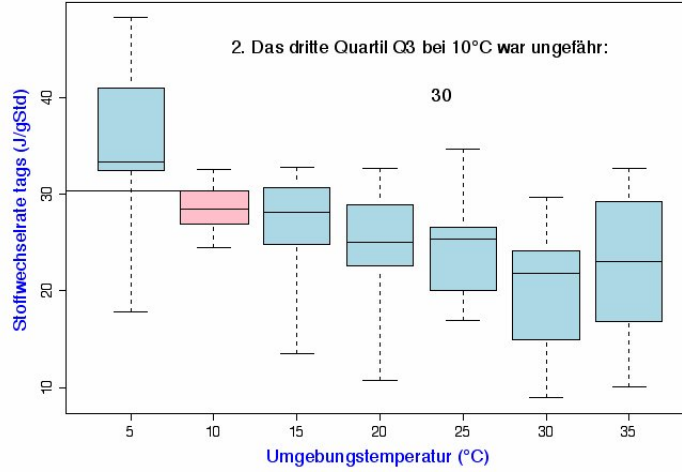
Stoffwechselrate und Umgebungstemperatur bei Ringeltauben (n=90)



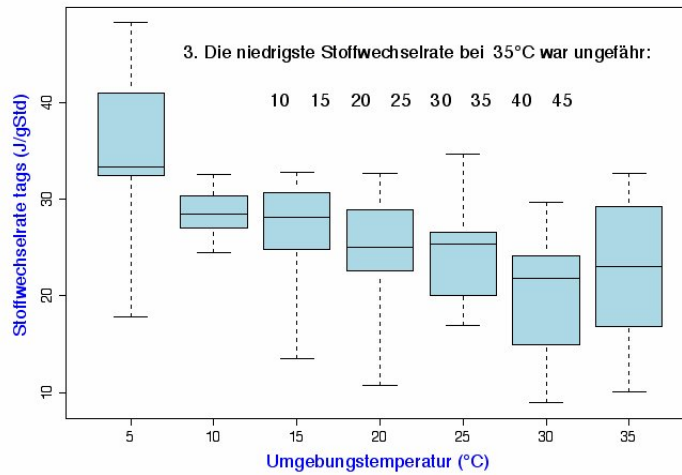
Stoffwechselrate und Umgebungstemperatur bei Ringeltauben (n=90)



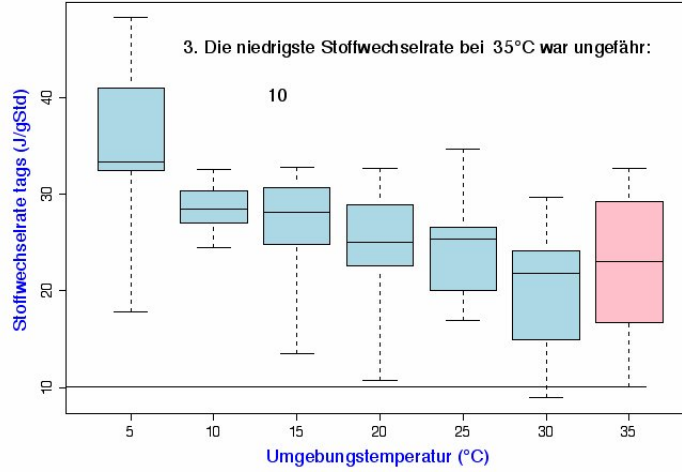
Stoffwechselrate und Umgebungstemperatur bei Ringeltauben (n=90)



Stoffwechselrate und Umgebungstemperatur bei Ringeltauben (n=90)



Stoffwechselrate und Umgebungstemperatur bei Ringeltauben (n=90)

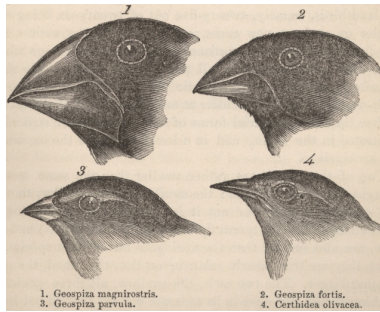


3.5 Beispiel: Darwin-Finken

Charles Robert Darwin (1809-1882)



Darwin-Finken



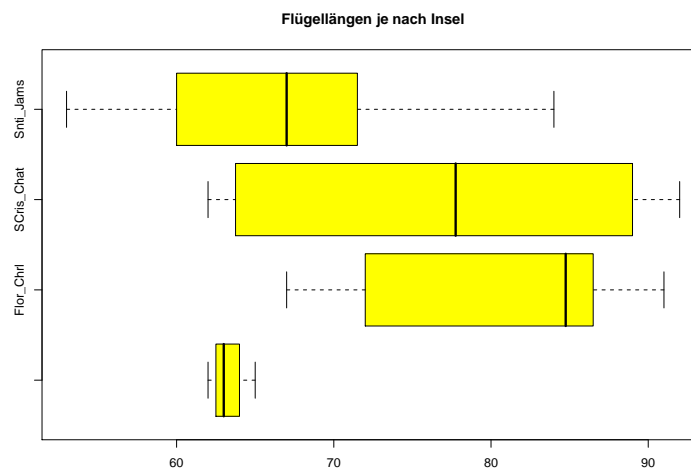
http://darwin-online.org.uk/graphics/Zoology_Illustrations.html

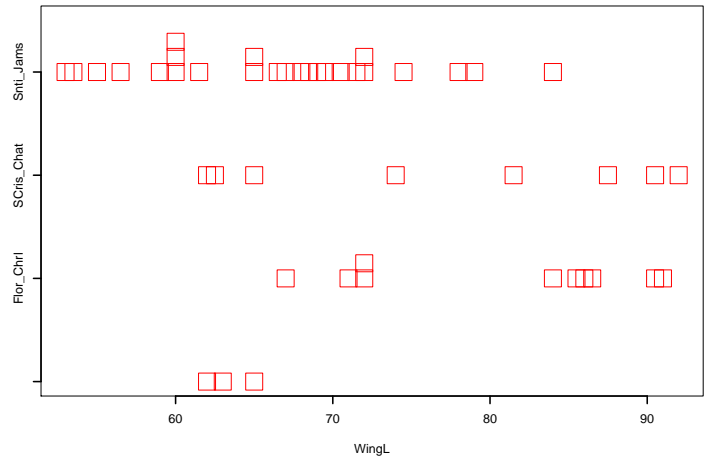
Darwins Finken-Sammlung

Literatur

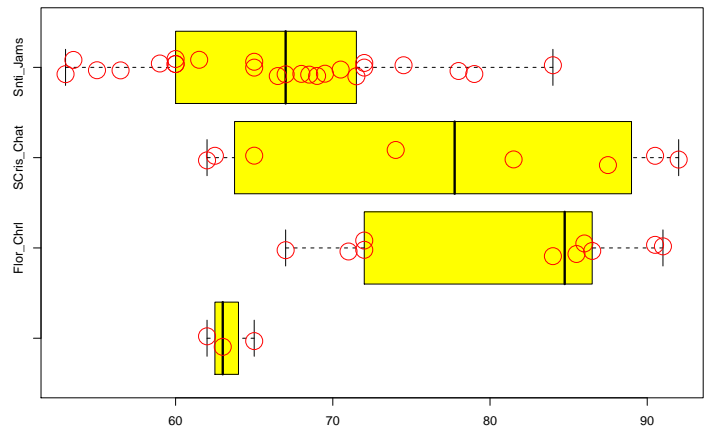
- [1] Sulloway, F.J. (1982) The Beagle collections of Darwin's Finches (Geospizinae). *Bulletin of the British Museum (Natural History), Zoology series* **43**: 49-94.
- [2] <http://datadryad.org/repo/handle/10255/dryad.154>

Flügelängen der Darwin-Finken

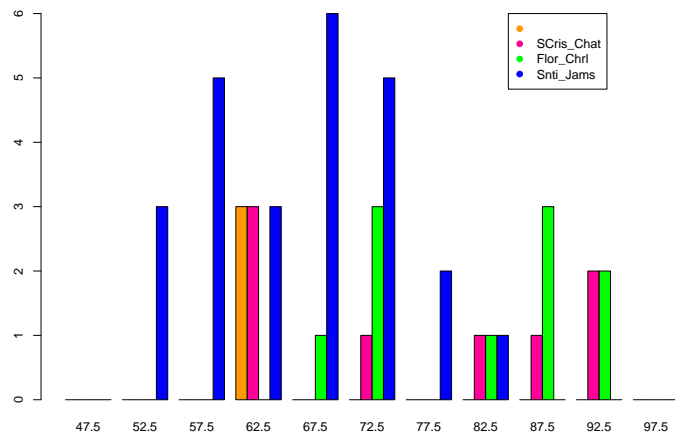




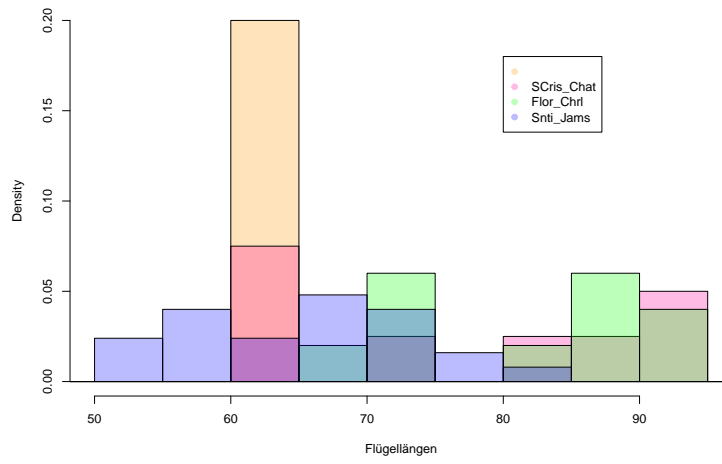
Flügelängen je nach Insel



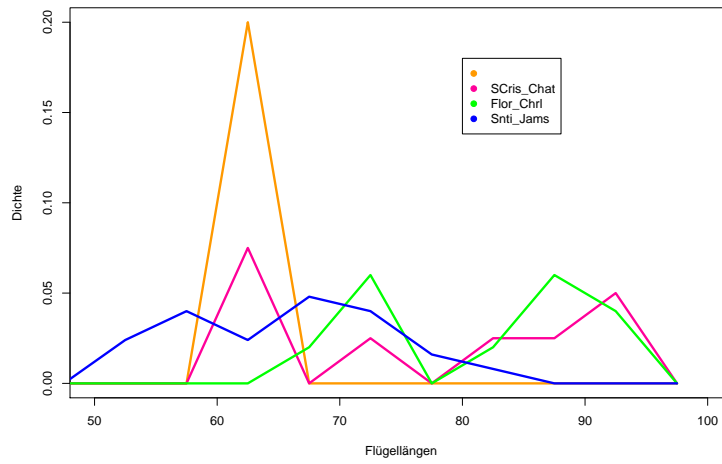
Barplot für Flügelängen (Anzahlen)

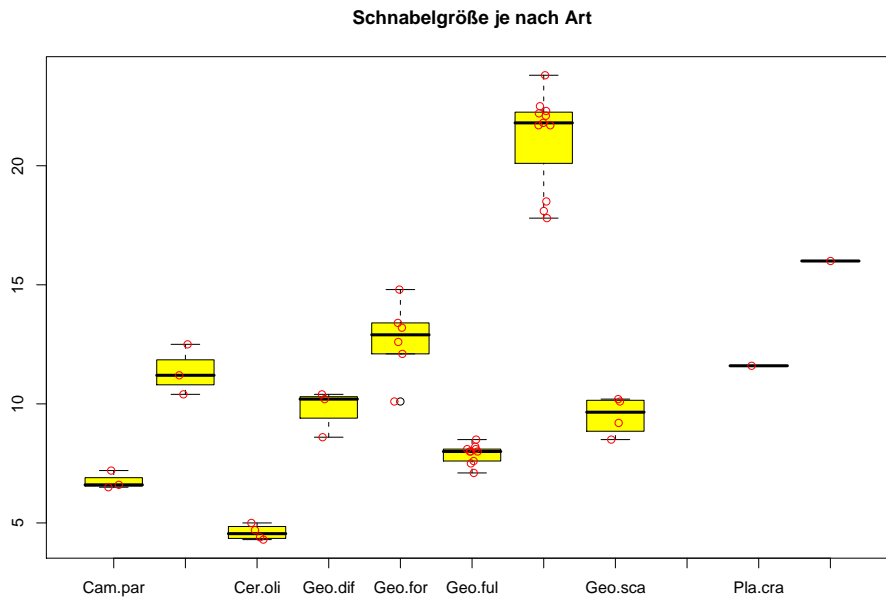


Histogramm (Dichten!) mit Transparenz



Dichteplot





Fazit

1. Histogramme erlauben einen detaillierten Blick auf die Daten
2. Dichtepolygone erlauben Vergleiche zwischen vielen Verteilungen
3. Boxplot können große Datenmengen vereinfacht zusammenfassen
4. Bei kleinen Datenmengen eher Stripcharts verwenden
5. Vorsicht mit Tricks wie 3D oder halbtransparenten Farben
6. Jeder Datensatz ist anders; keine Patentrezepte

Was Sie u.a. erklären können sollten

- Ihr Konzept, um die Inhalte dieses Kurses zu lernen
- Was ist ein Dichte?
- Wie man Histogramme und Dichte-Plots interpretiert
- Boxplots und Stripcharts/Scatterplots und wann man sie benutzt
- Quantile, Quartile und Median

4 Statistische Kenngrößen

Es ist oft möglich, das Wesentliche an einer Stichprobe
mit ein paar Zahlen zusammenzufassen.

Wesentlich:

1. Wie groß?

Lageparameter

2. Wie variabel?

Streuungsparameter

Eine Möglichkeit kennen wir schon aus dem Boxplot:

Lageparameter

Der Median

Streuungsparameter

Der Quartilabstand ($Q_3 - Q_1$)

4.1 Median und andere Quartile

Der *Median*:

die Hälfte der Beobachtungen sind kleiner, die Hälfte sind größer. (grob gesagt.)

Genauer: (da auch Messwerte mit dem Median übereinstimmen können):
Mindestens 50% der Beobachtungen sind kleiner oder gleich und mindestens 50% sind größer oder gleich.

Der Median ist
das 50%-*Quantil*
der Daten.

Die Quartile

Das erste Quartil, Q_1 : Grob gesagt: ein Viertel der Beobachtungen sind kleiner, drei Viertel sind größer.

Genauer (da auch Messwerte mit Q_1 übereinstimmen können):
Mindestens ein Viertel der Beobachtungen sind kleiner oder gleich und
mindestens drei Viertel sind größer oder gleich.

Q_1 ist das 25%-*Quantil* der Daten.

Die Quartile

Das dritte Quartil, Q_3 : Mindestens drei Viertel der Beobachtungen sind kleiner oder gleich und mindestens ein Viertel der Werte sind größer oder gleich.

Q_3 ist das 75%-*Quantil* der Daten.

4.2 Mittelwert und Standardabweichung

Am häufigsten werden benutzt:

Lageparameter

Der Mittelwert \bar{x}

Streuungsparameter

Die Standardabweichung s

Der Mittelwert

(engl. mean)

NOTATION:

Wenn die Beobachtungen $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ heißen,
schreibt man oft \bar{x} für den Mittelwert.

DEFINITION:

$$\begin{aligned} \text{Mittelwert[lex]} &= [\text{lex}] \\ &= \frac{\text{Summe der Messwerte}}{\text{Anzahl der Messwerte}} \\ &= \frac{\text{Summe}}{\text{Anzahl}} \end{aligned}$$

Der Mittelwert von x_1, x_2, \dots, x_n als Formel:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= (x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \end{aligned}$$

Beispiel:

$$x_1 = 3, x_2 = 0, x_3 = 2, x_4 = 3, x_5 = 1$$

$$\bar{x} = \text{Summe}/\text{Anzahl}$$

$$\bar{x} = (3 + 0 + 2 + 3 + 1)/5$$

$$\bar{x} = 9/5$$

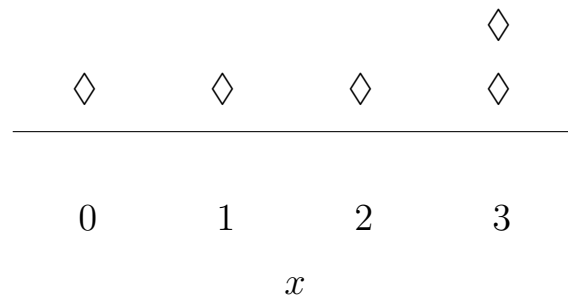
$$\bar{x} = 1,8$$

Geometrische Bedeutung des Mittelwerts:

Der Schwerpunkt

Wir stellen uns die Beobachtungen als gleich schwere Gewichte auf einer Waage vor:

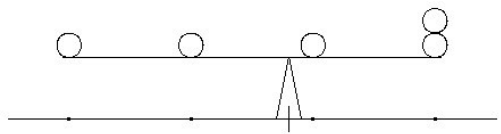
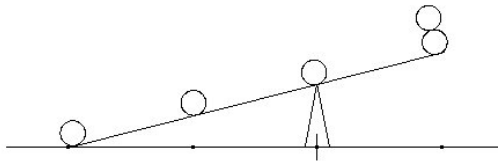
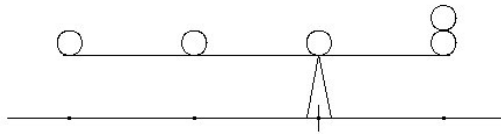
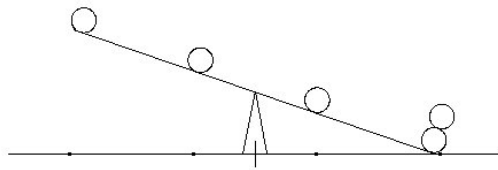
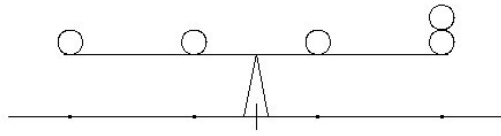
Wo muß der Drehpunkt sein, damit die Waage im Gleichgewicht ist?



$m = 1,5 ?$

$m = 2 ?$

$m = 1,8 ?$



zu klein

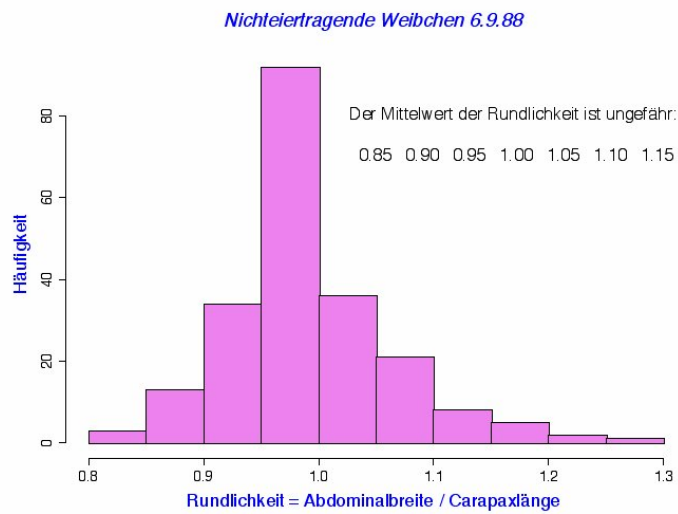
zu groß

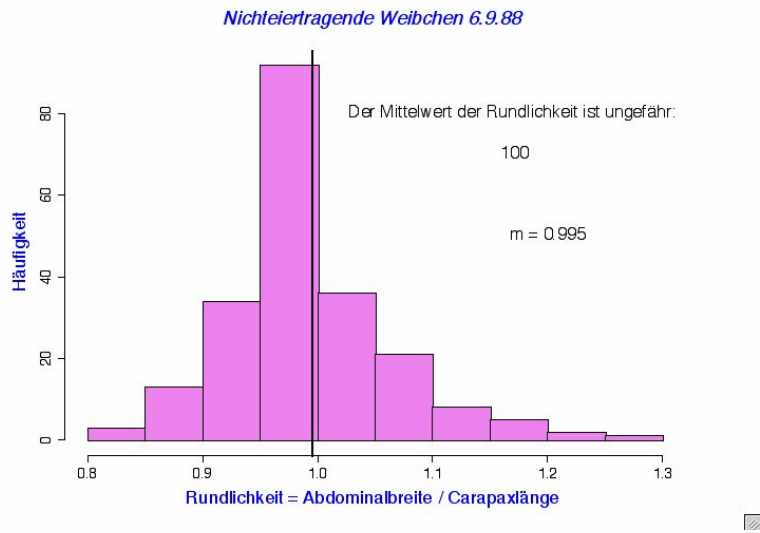
richtig

Beispiel: *Galathea intermedia*

„Rundlichkeit“ := $\text{Abdominalbreite} / \text{Carapaxlänge}$

Vermutung: Rundlichkeit nimmt bei Geschlechtsreife zu



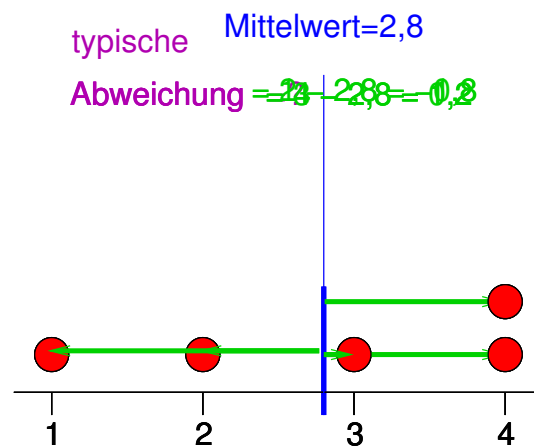


Beispiel:

3.11.88

Die Standardabweichung

Wie weit weicht eine typische Beobachtung vom Mittelwert ab ?



Die *Standardabweichung* σ (“sigma”) [auch *SD* von engl. *standard deviation*] ist ein etwas komisches gewichtetes Mittel der Abweichungsbeträge und zwar

$$\sigma = \sqrt{\text{Summe}(\text{Abweichungen}^2)/n}$$

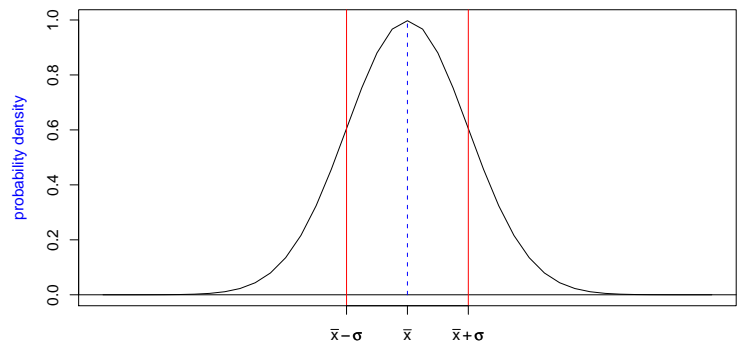
Die *Standardabweichung* von x_1, x_2, \dots, x_n als Formel:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ heißt *Varianz*.

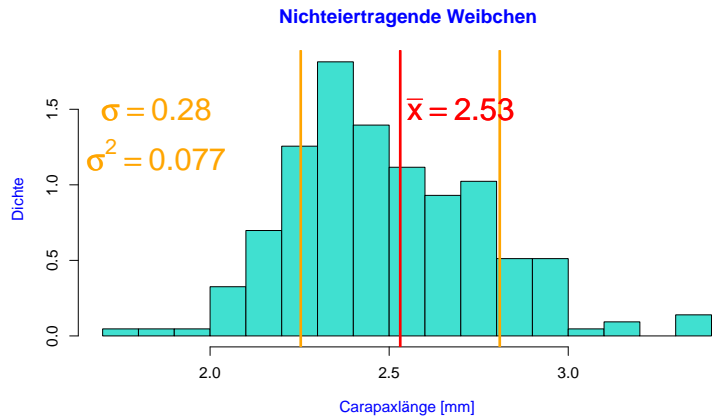
Faustregel für die Standardabweichung

Bei ungefähr glockenförmigen (also eingipfligen und symmetrischen) Verteilungen liegen ca. 2/3 der Ver-



teilung zwischen $\bar{x}-\sigma$ und $\bar{x}+\sigma$.

Standardabweichung der Carapaxlängen nichteiertragender Weibchen vom 6.9.88



Hier liegt der Anteil zwischen $\bar{x} - \sigma$ und $\bar{x} + \sigma$ bei 72%.

Varianz der Carapaxlängen nichteiertragender Weibchen vom 6.9.88

Alle Carapaxlängen im Meer: $\mathcal{X} = (X_1, X_2, \dots, X_N)$. Carapaxlängen in unserer Stichprobe: $\mathcal{S} = (S_1, S_2, \dots, S_{n=215})$
 Stichprobenvarianz:

$$\sigma_S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{215} (S_i - \bar{S})^2 \approx 0,0768$$

Können wir 0,0768 als Schätzwert für die Varianz σ_X^2 in der ganzen Population verwenden? Ja, können wir machen. Allerdings ist σ_S^2 im Durchschnitt um den Faktor $\frac{n-1}{n}$ ($= 214/215 \approx 0,995$) kleiner als σ_X^2

Parameter vs. Statistik

Parameter: Größe in einer mathematischen Beschreibung, also Modellierung, des realen Systems

- Beispiel: Varianz in der Gesamtpopulation
- Genauer Wert i.d.R. unbekannt, evtl. wird ein hypothetischer Wert angenommen

Statistik: Wert, der aus Daten berechnet werden kann (also Funktion der Daten)

- Beispiel: Stichprobenvarianz
- Ist zufällig, da die Daten als zufällig angenommen werden

Schätzer: Statistik, die zum Schätzen des Werts eines Parameters verwendet wird

Varianzbegriffe

Varianz in der Population (ein Parameter!): $\sigma_X^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2$

Stichprobenvarianz (eine Statistik!): $\sigma_S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2$

korrigierte Stichprobenvarianz (auch eine Statistik):

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{n}{n-1} \sigma_S^2 \\ &= \frac{n}{n-1} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2 \\ &= \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2 \end{aligned}$$

Mit "Standardabweichung von \mathcal{S} " ist meistens das korrigierte s gemeint. Die beiden Statistiken σ_S^2 und s^2 sind Schätzer für den Parameter σ_X^2 .

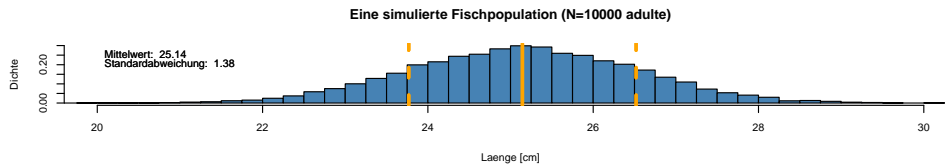
Beispiel Die Daten $\bar{x} = ?$ $\bar{x} = 10/5 = 2$
Summe

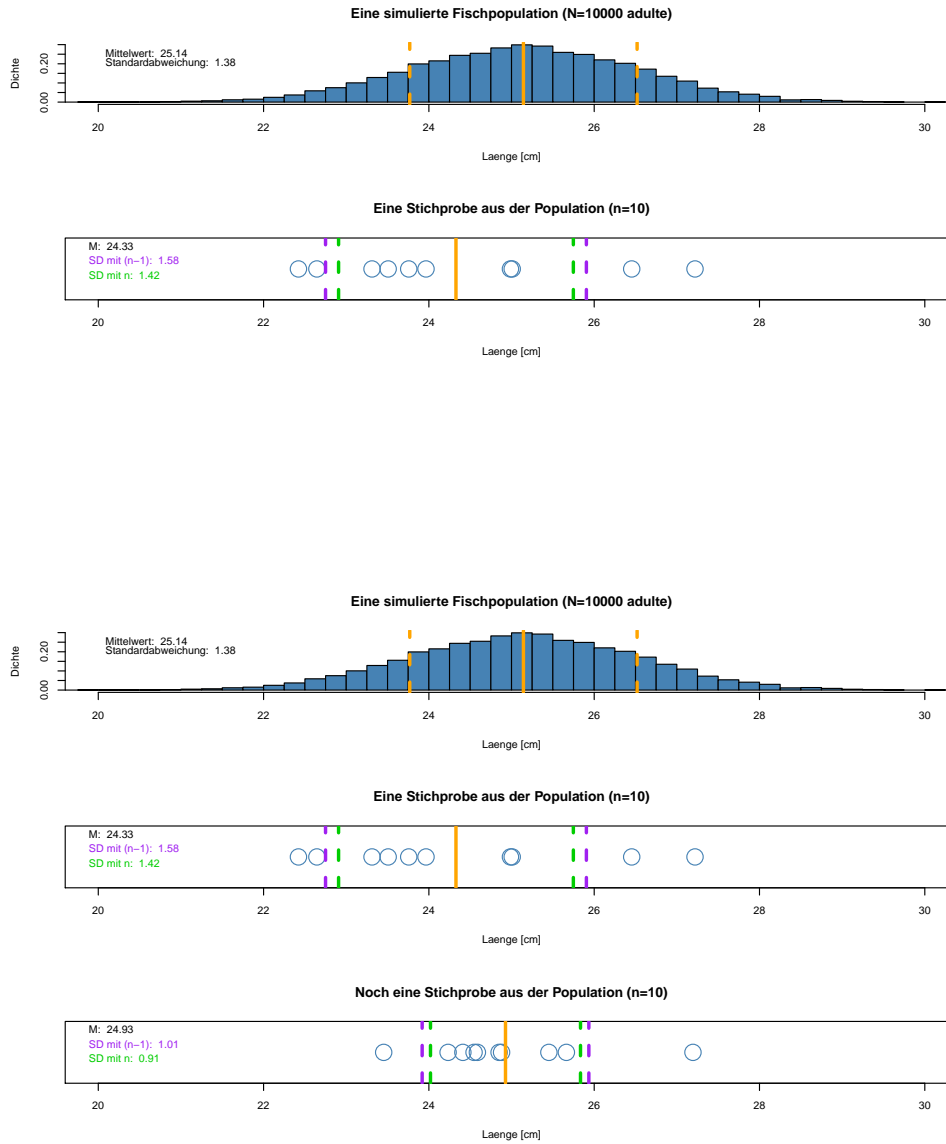
x	1	3	0	5	1	10
$x - \bar{x}$	-1	1	-2	3	-1	0
$(x - \bar{x})^2$	1	1	4	9	1	16

$$s^2 = \text{Summe}((x - \bar{x})^2) / (n - 1)$$

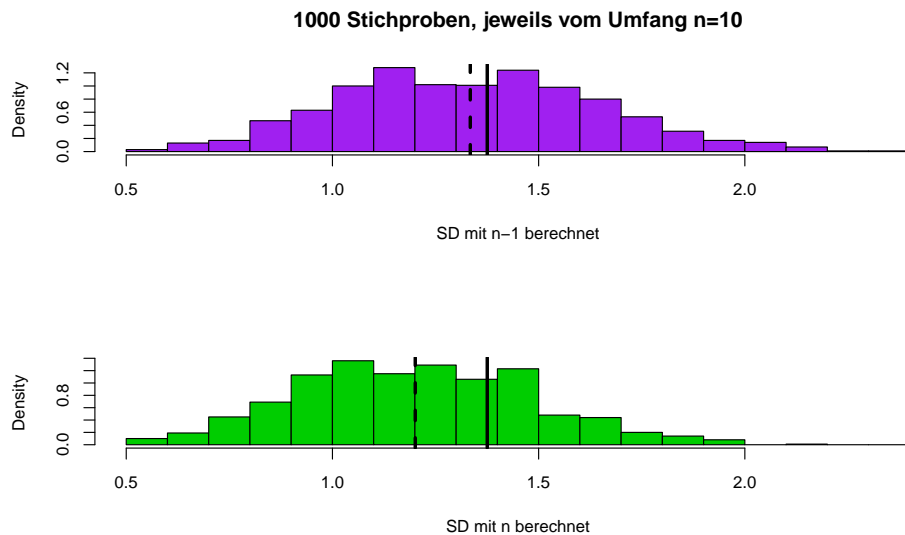
$$= 16 / (5 - 1) = 4$$

$$s = 2$$





Die folgenden Histogramme zeigen die Standardabweichungen, die aus 1000 verschiedenen Stichproben aus der selben Verteilung geschätzt wurden. Die durchgezogenen Linien stellen die tatsächliche Standardabweichung der Verteilung dar, die gestrichelten Linien die Mittelwerte der geschätzten Standardabweichungen.



σ mit n oder $n - 1$ berechnen?

Die Standardabweichung σ eines Zufallsexperiments mit n gleichwahrscheinlichen Ausgängen x_1, \dots, x_n (z.B. Würfelwurf) ist ein **Parameter** und klar definiert durch

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

Wenn es sich bei x_1, \dots, x_n um eine Stichprobe handelt (wie meistens in der Statistik), wird für die daraus berechnete Standardabweichung, also die **Statistik**, in der Regel

$$\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

verwendet.

5 Vom Sinn und Unsinn von Mittelwerten

Mittelwert und Standardabweichung...

- charakterisieren die Daten gut, falls deren Verteilung glockenförmig ist
- und müssen andernfalls mit Vorsicht interpretiert werden.

Wir betrachten dazu einige Lehrbuch-Beispiele aus der Ökologie, siehe z.B.

Literatur

[BTH08] M. Begon, C. R. Townsend, and J. L. Harper. *Ecology: From Individuals to Ecosystems*. Blackell Publishing, 4 edition, 2008.

Im Folgenden verwenden wir zum Teil simulierte Daten, wenn die Originaldaten nicht verfügbar waren. Glauben Sie uns also nicht alle Datenpunkte.

5.1 Beispiel: Wählerische Bachstelzen

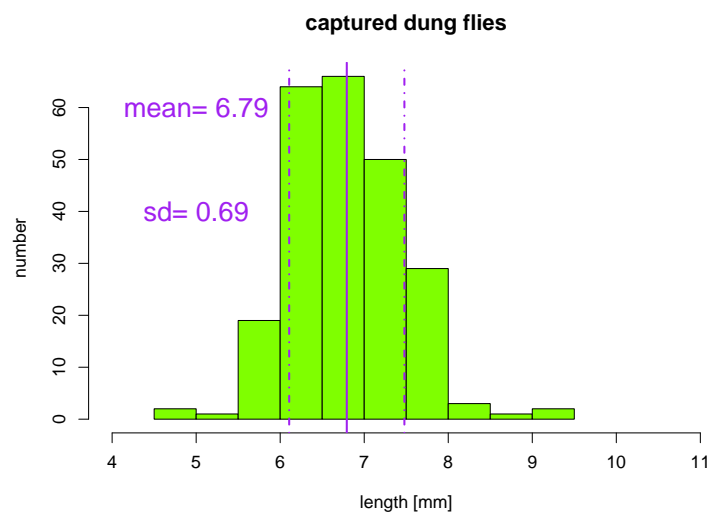
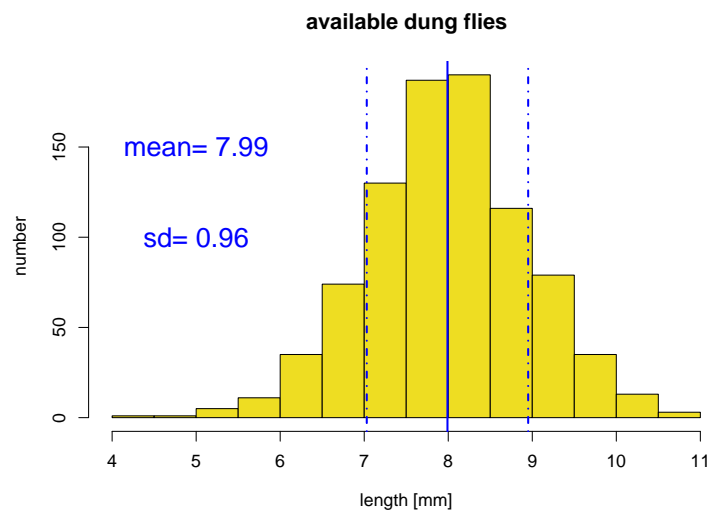
Bachstelzen fressen Dungfliegen

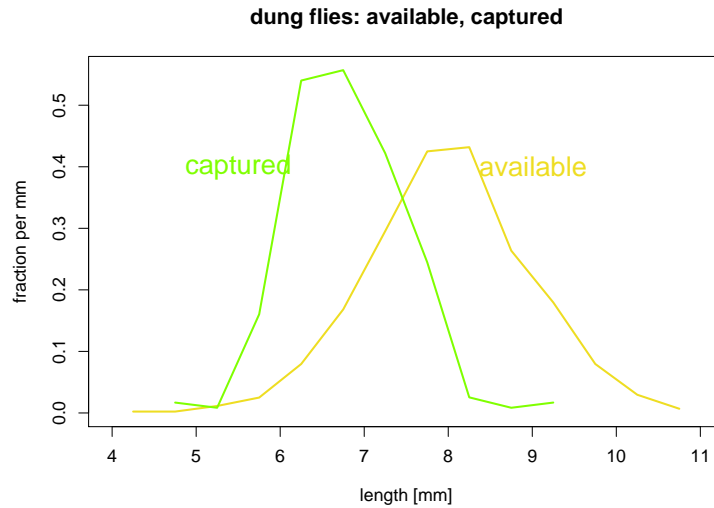
Vermutung

- Die Fliegen sind unterschiedlich groß
- Effizienz für die Bachstelze = Energiegewinn / Zeit zum Fangen und fressen
- Laborexperimente lassen vermuten, dass die Effizienz bei 7mm großen Fliegen maximal ist.

Literatur

[Dav77] N.B. Davies. Prey selection and social behaviour in wagtails (Aves: Motacillidae). *J. Anim. Ecol.*, 46:37–57, 1977.





Vergleich der Größenverteilungen

	captured		available
Mittelwert	6.29	<	7.99
Standardabweichung	0.69	<	0.96

Interpretation

Die Bachstelzen bevorzugen Dungfliegen, die etwa 7mm groß sind.

Hier waren die Verteilungen glockenförmig und es genügten 4 Werte (die beiden Mittelwerte und die beiden Standardabweichungen), um die Daten adäquat zu beschreiben.

5.2 Beispiel: Spiderman & Spiderwoman

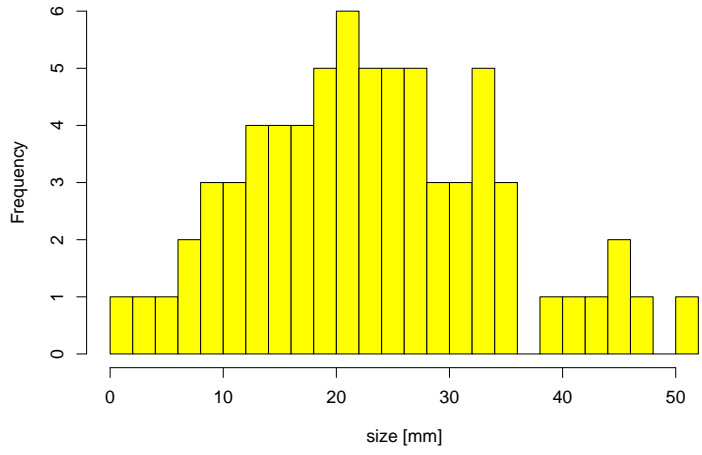
Simulated Data:

Eine Stichprobe von 70 Spinnen

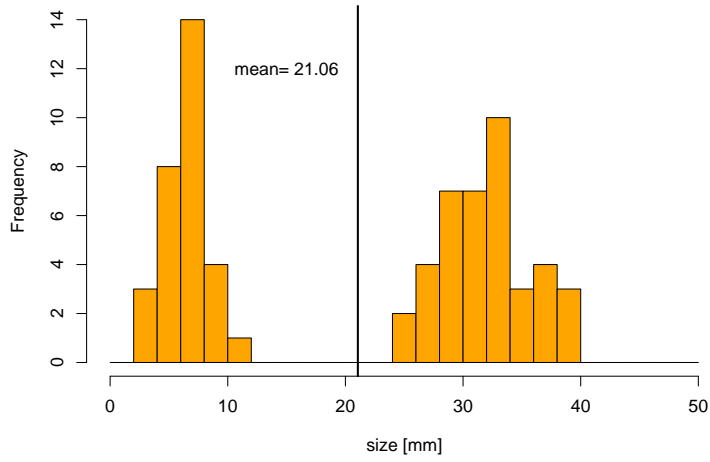
Mittlere Größe: 21,06 mm

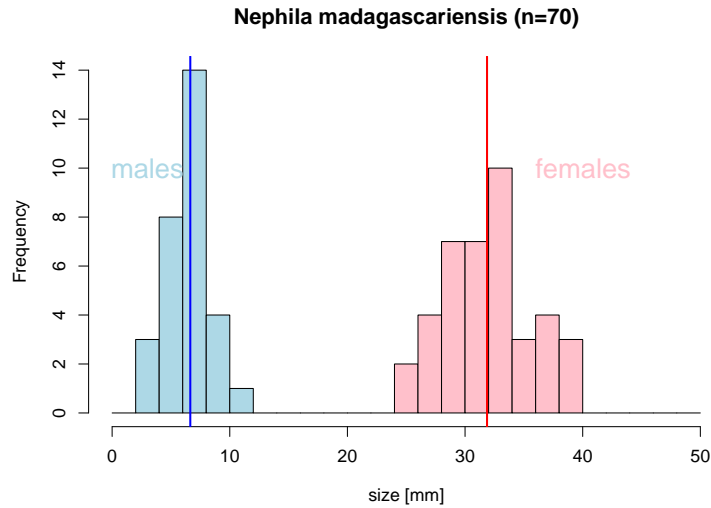
Standardabweichung der Größe: 12,94 mm

?????



***Nephila madagascariensis* (n=70)**





Fazit des Spinnenbeispiels

Wenn die Daten aus verschiedenen Gruppen zusammengesetzt sind, die sich bezüglich des Merkmals deutlich unterscheiden, kann es sinnvoll sein, Kenngrößen wie den Mittelwert für jede Gruppe einzeln zu berechnen.

5.3 Beispiel: Kupfertoleranz beim Roten Straußgras

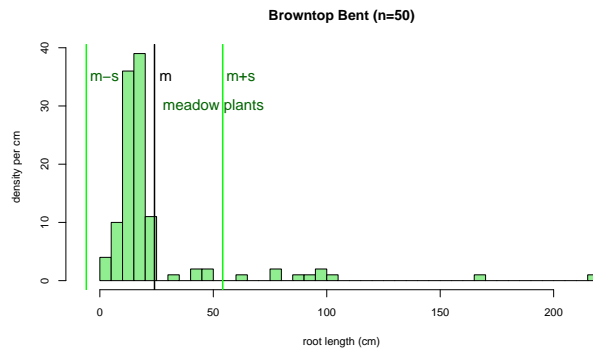
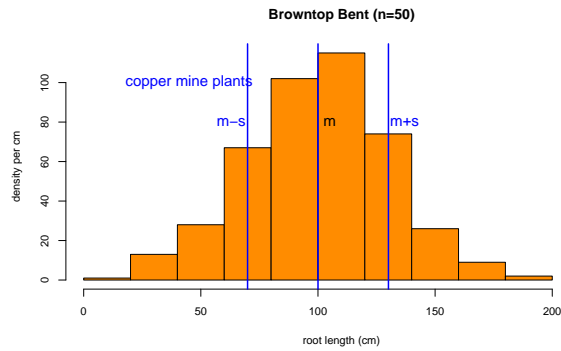
Literatur

- [Bra60] A.D. Bradshaw. Population Differentiation in *agrostis tenuis* Sibth. III. populations in varied environments. *New Phytologist*, 59(1):92 – 103, 1960.
- [MB68] T. McNeilly and A.D Bradshaw. Evolutionary Processes in Populations of Copper Tolerant *Agrostis tenuis* Sibth. *Evolution*, 22:108–118, 1968.

Wir verwenden hier wieder simulierte Daten, da die Originaldaten nicht zur Verfügung stehen.

Anpassung an Kupfer?

- Pflanzen, denen das Kupfer schadet, haben kürzere Wurzeln.
- Die Wurzellängen von Pflanzen aus der Umgebung von Kupferminen wird gemessen.
- Samen von unbelasteten Wiesen werden bei Kupferminen eingesät.
- Die Wurzellängen dieser “Wiesepflanzen” werden gemessen.



2/3 der Wurzellängen innerhalb $[m-sd, m+sd]$???? **Nein!**

Fazit des Straußgras-Beispiels

Manche Verteilungen können nur mit mehr als zwei Variablen angemessen beschrieben werden.

z.B. mit den fünf Werten der Boxplots:
 min, Q_1 , median, Q_3 , max

